

Potències (exponents)

Una **potència** és una expressió del tipus

$$a^b = a \cdot a \cdots a$$

Aquesta potència representa el resultat de multiplicar la **base**, a , per si mateixa tantes vegades com indica l'**exponent**, b . Ho llegim com " a elevat a b ".

Exemple: potència 2 elevat a 5:

$$2^5$$

Per calcular-la, multipliquem la base (és 2) per si mateixa 5 vegades:

$$2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$$

Propietats de les potències

1. Producte de dues potències (mateixa base):

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

És a dir, es sumen els exponents.

2. Quocient de dues potències (mateixa base):

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

És a dir, es resten els exponents (el del numerador menys el del denominador).

3. Exponent negatiu:

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

És a dir, el signe negatiu en l'exponent indica l'invers de la potència.

4. Potència d'una potència

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

És a dir, la base es manté i els exponents es multipliquen.

5. Invers d'una fracció

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

El resultat d'eleva a -1 és l'invers de la base.

Aquestes propietats s'empren tant de dreta a esquerra com d'esquerra a dreta. Per **simplificar** expressions amb potències, caldrà conèixer-les.

Exemples d'aplicació de les propietats de les potències

Exemple 1

$$(2^2)^{-3}$$

Primer apliquem la propietat de **la potència d'una potència**, així que hem de multiplicar ambdós exponents obtenint una potència amb exponent negatiu. Com l'exponent és negatiu, calculem l'invers:

$$(2^2)^{-3} = 2^{2 \cdot (-3)} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

Exemple 2:

$$\frac{2^4 \cdot 3^4}{6^2}$$

Tenim un producte de potències en el numerador però no podem calcular-lo al tenir **bases distintes** (2 i 3). En el denominador tenim una potència de base 6 que es pot escriure com 3·2.

Escrivim la potència del denominador com un producte de potències de bases 3 i 2 perquè així tindrem bases en comú i podrem aplicar les propietats:

$$\frac{2^4 \cdot 3^4}{6^2} = \frac{2^4 \cdot 3^4}{(2 \cdot 3)^2} = \frac{2^4 \cdot 3^4}{2^2 \cdot 3^2} = \frac{2^4}{2^2} \cdot \frac{3^4}{3^2} = 2^{4-2} \cdot 3^{4-2} = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$$

Al escriure la base del denominador com un producte amb les mateixes bases que en el numerador, podem aplicar les propietats de les potències per simplificar.

Exemple 3:

$$\left(\frac{2}{3^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2^2}{3^3}\right)$$

Primer, podem desfer-nos del signe negatiu de l'exponent de la primera potència escrivint l'invers de la fracció. D'aquesta manera, tindrem divisions de potències amb les mateixes bases.

$$\left(\frac{2}{3^2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{2^2}{3^3}\right) = \left(\frac{3^2}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{2^2}{3^3}\right) = \frac{3^{2 \cdot 2}}{2^2} \cdot \frac{2^2}{3^3} = \frac{3^4}{2^2} \cdot \frac{2^2}{3^3} = \frac{3^4}{3^3} \cdot \frac{2^2}{2^2} = 3^{4-3} \cdot 2^{2-2} = 3^1 \cdot 2^0 = 3 \cdot 1 = 3$$

Més exemples: [Exercicis de simplificar potències](#).

matesfacil



Matesfacil.com by J. Llopis is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.